

גיליון תרגילים 3

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ב'

מועד הגשה: יום חמישי, 04.01.2018

1. חשב את רדיוס התכנסות של טורי החזקות הבאים, ובדוק התכנסות בקצוות

ב.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(2n)!} (x-1)^n$$

א.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^{1-n}}{(-2)^{3-2n}} (x+5)^n$$

ד.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{4^n} (x-2)^n$$

ג.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8^{n+1}}{n+4} (x-7)^n$$

ו.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln n}{3^n} (x-1)^n$$

ה.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \sqrt{n}} x^n$$

2. פתח את הפונקציה הנתונה לטור חזקות וקבע את רדיוס ההתכנסות של הטור

ב.
$$f(x) = \frac{8x}{1+16x^7}$$

א.
$$f(x) = \frac{x}{1-8x}$$

3. אם תחום ההתכנסות של טור חזקות $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ הוא הקטע $(-7, 19)$, מהו המרכז ורדיוס ההתכנסות של הטור?

4. חשב את נוסחת טיילור של כל אחת מהפונקציות הבאות סביב הנקודה הנתונה

א. $f(x) = \sin x$ סביב הנקודה $x = \frac{3\pi}{2}$

ב. $f(x) = e^{2x}$ סביב הנקודה $x = 3$

ג. $f(x) = \sqrt{x}$ סביב הנקודה $x = 1$

ד. $f(x) = x^3 + 9x^2 - 10x + 2$ סביב הנקודה $x = 3$

5. חשב את נוסחת מקלורן של הפונקציה

ב. $f(x) = x^3 \sin 2x$

א. $f(x) = \sin(x^2)$

ד. $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

ג. $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

ה. $f(x) = \int_0^x \frac{1-\cos t}{t^2} dt$

6. על ידי שימוש בטור מקלורן של הפונקציה $f(x) = \int_0^x \frac{1-\cos t}{t^2} dt$. חשב את הערך של

$\int_0^1 \frac{1-\cos x}{x^2} dx$ בקירוב של 10^{-6} .

הערה: אין טעם לנסות לחשב את האינטגרל $\int \frac{1-\cos x}{x^2} dx$. לא קיימת שום שיטה למצוא

פונקציה קדומה של $f(x) = \frac{1-\cos x}{x^2}$! לכן טור מקלורן הוא הדרך היחידה להתקרב לתשובה.